БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ФАКУЛЬТЕТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Лабораторная работа №1

Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка

**Преподаватель:** Полевиков Виктор Кузьмич

**Студент:** Иваненко Даниил

3 курс 9 группа

**2021 г**

**Исходные данные:**

**Постановка задачи:**

Найти решение в виде сеточной функции следующими методами:

1. Явным методом трапеций
2. Методом Рунге-Кутта 4-го порядка

Решение представить в виде графиков и таблицы приближённых и точных решений.

**Краткая теория:**

Введём замены уравнение второго порядка сводиться к системе:

При начальных условиях

**Метод Рунге-Кутта 4го порядка:**

-е приближение к решению вычисляются по реккурентным формулам:

**Явный метод трапеций:**

-е приближение к решению вычисляются по реккурентным формулам:

**Листинг программы:**

#define \_USE\_MATH\_DEFINES#include <iostream>#include <cmath>using namespace std;void Metoda(double\*\* matrix, double\* x, double\* f, int dlina){double delitel = 1;for (int prohodov = 0;prohodov < dlina;prohodov++){for (int i = prohodov;i < dlina - 1;i++){if (matrix[i + 1][prohodov] != 0)delitel = matrix[i + 1][prohodov] / matrix[prohodov][prohodov];elsebreak;for (int j = prohodov;j < dlina;j++)matrix[i + 1][j] -= delitel \* matrix[prohodov][j];f[i + 1] -= delitel \* f[prohodov];}}for (int t = dlina - 1;t >= 0;t--) {x[t] = f[t] / matrix[t][t];for (int i = 0;i < dlina;i++)f[i] -= matrix[i][t] \* x[t];}}double Function\_of\_find\_norm(double\* f) {double sum = 0;for (int i = 0;i < 6;i++)sum += pow(f[i], 2);return pow(sum, 0.5);}void Function\_of\_find\_b(double\*x,double\*f,int i\_1,double\* b) {for (int i = 0;i < i\_1;i++)b[i] = 0;for (int i = 0;i < i\_1;i++)for (int j = 0;j < 6;j++)b[i] += f[j] \* pow(x[j], i);}void Function\_of\_find\_G(double\*\* G, double\* x, int i\_0) {for (int i = 0;i < i\_0;i++)for (int k = 0;k < i\_0;k++)G[i][k] = 0;for (int i = 0;i < i\_0;i++)for (int k = 0;k < i\_0;k++)for (int j = 0;j < 6;j++)G[i][k] += pow(x[j], i) \* pow(x[j], k);}void printmatrix2(double\*\* matrix, int dlina){for (int i = 0;i < dlina;i++){for (int j = 0;j < dlina;j++)printf(" %0.5f", matrix[i][j]);cout << "\n";}}double Function\_of\_find\_delta(double\* x,double\*f,double\*a,int i\_0) {double sum = 0;double lsum = 0;for (int i = 0;i < 6;i++) {or (int j = 0;j < i\_0;j++)lsum += a[j] \* pow(x[i], j);lsum -= f[i];lsum = pow(lsum, 2);sum += lsum;lsum = 0;}return pow(sum,0.5);}double Function\_of\_find\_delta\_d(double\* f, double delta) {return delta / Function\_of\_find\_norm(f);}int main() {double delta ;double delta\_D ;double\* x = new double[6];double\* f = new double[6];or (int i = 0;i < 6;i++) {x[i] = i \* 0.2;f[i] = pow(sin(M\_PI\*x[i])/(1+x[i]),2);//f[i] = pow(abs(cos(M\_PI \* x[i])) / (1 + x[i]), 0.5);}cout << "X:\n";for(int i=0;i<6;i++)printf(" %0.2f", x[i]);cout << "\nF:\n";for (int i = 0;i < 6;i++)printf(" %0.2f", f[i]);for (int i = 1;i <= 3;i++) {cout << "\n\t\t\t\tN: " << i<<"\n";delta = 0;delta\_D = 0;double\* a = new double[i];double\* b = new double[i];double\*\* G = new double\*[i];for (int k = 0;k<i;k++)G[k] = new double[i];Function\_of\_find\_b(x, f, i, b);cout << "\nb:\n";for (int k = 0;k < i;k++)printf(" %0.2f", b[k]);Function\_of\_find\_G(G, x, i);cout << "\nG:\n";printmatrix2(G, i);MetodGaussa(G, a, b, i);cout << "\na:\n";for (int k = 0;k < i;k++)printf(" %0.2f", a[k]);delta=Function\_of\_find\_delta(x, f, a, i);delta\_D = Function\_of\_find\_delta\_d(f, delta);cout << "\nDelta:" << delta << " Delta\_D:" << delta\_D << "\n";}return 0;} double\* x, double\* f, int dlina){double delitel = 1;for (int prohodov = 0;prohodov <MCHA\_NE\_NUJON\_ohodov;i < dlina - 1;i++){if (matrix[i + 1][prohodov] != 0)delitel = matrix[i + 1][prohodov] / matrix[prohodov][prohodov];elsebreak;for (int j = prohodov;j < dlina;j++)matrix[i + 1][j] -= delitel \* matrix[prohodov][j];f[i + 1] -= delitel \* f[prohodov];}}for (int t = dlina - 1;t >= 0;t--) {x[t] = f[t] / matrix[t][t];for (int i = 0;i < dlina;i++)f[i] -= matrix[i][t] \* x[t];}}double Function\_of\_find\_norm(double\* f) {double sum = 0;for (int i = 0;i < 6;i++)sum += pow(f[i], 2);return pow(sum, 0.5);}void Function\_of\_find\_b(double\*x,double\*f,int i\_1,double\* b) {for (int i = 0;i < i\_1;i++)b[i] = 0;for (int i = 0;i < i\_1;i++)for (int j = 0;j < 6;j++)b[i] += f[j] \* pow(x[j], i);}void Function\_of\_find\_G(double\*\* G, double\* x, int i\_0) {for (int i = 0;i < i\_0;i++)for (int k = 0;k < i\_0;k++)G[i][k] = 0;for (int i = 0;i < i\_0;i++)for (int k = 0;k < i\_0;k++)for (int j = 0;j < 6;j++)G[i][k] += pow(x[j], i) \* pow(x[j], k);}void printmatrix2(double\*\* matrix, int dlina){for (int i = 0;i < dlina;i++){for (int j = 0;j < dlina;j++)printf(" %0.5f", matrix[i][j]);cout << "\n";}}double Function\_of\_find\_delta(double\* x,double\*f,double\*a,int i\_0) {double sum = 0;double lsum = 0;for (int i = 0;i < 6;i++) {or (int j = 0;j < i\_0;j++)lsum += a[j] \* pow(x[i], j);lsum -= f[i];lsum = pow(lsum, 2);sum += lsum;lsum = 0;}return pow(sum,0.5);}double Function\_of\_find\_delta\_d(double\* f, double delta) {return delta / Function\_of\_find\_norm(f);}int main() {double delta ;double delta\_D ;double\* x = new double[6];double\* f = new double[6];or (int i = 0;i < 6;i++) {x[i] = i \* 0.2;f[i] = pow(sin(M\_PI\*x[i])/(1+x[i]),2);//f[i] = pow(abs(cos(M\_PI \* x[i])) / (1 + x[i]), 0.5);}cout << "X:\n";for(int i=0;i<6;i++)printf(" %0.2f", x[i]);cout << "\nF:\n";for (int i = 0;i < 6;i++)printf(" %0.2f", f[i]);for (int i = 1;i <= 3;i++) {cout << "\n\t\t\t\tN: " << i<<"\n";delta = 0;delta\_D = 0;double\* a = new double[i];double\* b = new double[i];double\*\* G = new double\*[i];for (int k = 0;k<i;k++)G[k] = new double[i];Function\_of\_find\_b(x, f, i, b);cout << "\nb:\ double\* x, double\* f, int dlina){double delitel = 1;for (int prohodov = 0;prohodov < dlina;prohodov++){for (int i = prohodov;i < dlina - 1;i++){if (matrix[i + 1][prohodov] != 0)delitel = matrix[i + 1][prohodov] / matrix[prohodov][prohodov];elsebreak;for (int j = prohodov;j < dlina;j++)matrix[i + 1][j] -= delitel \* matrix[prohodov][j];f[i + 1] -= delitel \* f[prohodov];}}for (int t = dlina - 1;t >= 0;t--) {x[t] = f[t] / matrix[t][t];for (int i = 0;i < dlina;i++)f[i] -= matrix[i][t] \* x[t];}}double Function\_of\_find\_norm(double\* f) {double sum = 0;for (int i = 0;i < 6;i++)sum += pow(f[i], 2);return pow(sum, 0.5);}void Function\_of\_find\_b(double\*x,double\*f,int i\_1,double\* b) {for (int i = 0;i < i\_1;i++)b[i] = 0;for (int i = 0;i < i\_1;i++)for (int j = 0;j < 6;j++)b[i] += f[j] \* pow(x[j], i);}void Function\_of\_find\_G(double\*\* G, double\* x, int i\_0) {for (int i = 0;i < i\_0;i++)for (int k = 0;k < i\_0;k++)G[i][k] = 0;for (int i = 0;i < i\_0;i++)for (int k = 0;k < i\_0;k++)for (int j = 0;j < 6;j++)G[i][k] += pow(x[j], i) \* pow(x[j], k);}void printmatrix2(double\*\* matrix, int dlina){for (int i = 0;i < dlina;i++){for (int j = 0;j < dlina;j++)printf(" %0.5f", matrix[i][j]);cout << "\n";}}double Function\_of\_find\_delta(double\* x,double\*f,double\*a,int i\_0) {double sum = 0;double lsum = 0;for (int i = 0;i < 6;i++) {or (int j = 0;j < i\_0;j++)lsum += a[j] \* pow(x[i], j);lsum -= f[i];lsum = pow(lsum, 2);sum += lsum;lsum = 0;}return pow(sum,0.5);}double Function\_of\_find\_delta\_d(double\* f, double delta) {return delta / Function\_of\_find\_norm(f);}int main() {double delta ;double delta\_D ;double\* x = new double[6];double\* f = new double[6];or (int i = 0;i < 6;i++) {x[i] = i \* 0.2;f[i] = pow(sin(M\_PI\*x[i])/(1+x[i]),2);//f[i] = pow(abs(cos(M\_PI \* x[i])) / (1 + x[i]), 0.5);}cout << "X:\n";for(int i=0;i<6;i++)printf(" %0.2f", x[i]);cout << "\nF:\n";for (int i = 0;i < 6;i++)printf(" %0.2f", f[i]);for (int i = 1;i <= 3;i++) {cout << "\n\t\t\t\tN: " << i<<"\n";delta = 0;delta\_D = 0;double\* a = new double[i];double\* b = new double[i];double\*\* G = new double\*[i];for (int k = 0;k<i;k++)G[k] = new double[i];Function\_of\_find\_b(x, f, i, b);cout << "\nb:\

**Результаты:**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **X** | **U-точное** | **Y-Рунге** | **Y-трапеции** |
| 0 | 0 | 0 | 0,01 | |
| 0,01 | 0,010099833 | 0,010099833 | 0,0202 | |
| 0,02 | 0,020398667 | 0,020398667 | 0,030599 | |
| 0,03 | 0,0308955 | 0,0308955 | 0,041196 | |
| 0,04 | 0,041589334 | 0,041589334 | 0,05199 | |
| 0,05 | 0,052479169 | 0,052479169 | 0,06298 | |
| 0,06 | 0,063564006 | 0,063564006 | 0,074164 | |
| 0,07 | 0,074842847 | 0,074842847 | 0,085543 | |
| 0,08 | 0,086314694 | 0,086314694 | 0,097114 | |
| 0,09 | 0,097978549 | 0,097978549 | 0,108878 | |
| 0,1 | 0,109833417 | 0,109833417 | 0,120832 | |
| 0,11 | 0,121878301 | 0,121878301 | 0,132976 | |
| 0,12 | 0,134112207 | 0,134112207 | 0,145309 | |
| 0,13 | 0,146534143 | 0,146534143 | 0,157829 | |
| 0,14 | 0,159143115 | 0,159143115 | 0,170536 | |
| 0,15 | 0,171938132 | 0,171938132 | 0,18343 | |
| 0,16 | 0,184918207 | 0,184918207 | 0,196508 | |
| 0,17 | 0,198082349 | 0,198082349 | 0,209769 | |
| 0,18 | 0,211429573 | 0,211429573 | 0,223214 | |
| 0,19 | 0,224958895 | 0,224958895 | 0,23684 | |
| 0,2 | 0,238669331 | 0,238669331 | 0,250647 | |
| 0,21 | 0,2525599 | 0,2525599 | 0,264633 | |
| 0,22 | 0,266629623 | 0,266629623 | 0,278799 | |
| 0,23 | 0,280877524 | 0,280877524 | 0,293142 | |
| 0,24 | 0,295302626 | 0,295302626 | 0,307662 | |
| 0,25 | 0,309903959 | 0,309903959 | 0,322358 | |
| 0,26 | 0,324680552 | 0,324680552 | 0,337228 | |
| 0,27 | 0,339631437 | 0,339631437 | 0,352273 | |
| 0,28 | 0,354755649 | 0,354755649 | 0,36749 | |
| 0,29 | 0,370052225 | 0,370052225 | 0,382879 | |
| 0,3 | 0,385520207 | 0,385520207 | 0,398439 | |
| 0,31 | 0,401158636 | 0,401158636 | 0,414169 | |
| 0,32 | 0,416966561 | 0,416966561 | 0,430067 | |
| 0,33 | 0,432943028 | 0,432943028 | 0,446134 | |
| 0,34 | 0,449087092 | 0,449087092 | 0,462368 | |
| 0,35 | 0,465397807 | 0,465397807 | 0,478767 | |
| 0,36 | 0,481874233 | 0,481874233 | 0,495332 | |
| 0,37 | 0,498515432 | 0,498515432 | 0,512061 | |
| 0,38 | 0,515320469 | 0,515320469 | 0,528953 | |
| 0,39 | 0,532288415 | 0,532288415 | 0,546008 | |
| 0,4 | 0,549418342 | 0,549418342 | 0,563223 | |
| 0,41 | 0,566709328 | 0,566709328 | 0,580599 | |
| 0,42 | 0,584160453 | 0,584160453 | 0,598135 | |
| 0,43 | 0,601770802 | 0,601770802 | 0,615829 | |
| 0,44 | 0,619539465 | 0,619539465 | 0,63368 | |
| 0,45 | 0,637465534 | 0,637465534 | 0,651689 | |
| 0,46 | 0,655548107 | 0,655548107 | 0,669852 | |
| 0,47 | 0,673786285 | 0,673786285 | 0,688171 | |
| 0,48 | 0,692179176 | 0,692179176 | 0,706644 | |
| 0,49 | 0,710725888 | 0,710725888 | 0,725269 | |
| 0,5 | 0,729425539 | 0,729425539 | 0,744047 | |
| 0,51 | 0,748277247 | 0,748277247 | 0,762976 | |
| 0,52 | 0,767280138 | 0,767280138 | 0,782055 | |
| 0,53 | 0,786433341 | 0,786433341 | 0,801284 | |
| 0,54 | 0,805735992 | 0,805735992 | 0,820661 | |
| 0,55 | 0,825187229 | 0,825187229 | 0,840186 | |
| 0,56 | 0,844786198 | 0,844786198 | 0,859858 | |
| 0,57 | 0,864532049 | 0,864532049 | 0,879676 | |
| 0,58 | 0,884423937 | 0,884423937 | 0,899639 | |
| 0,59 | 0,904461023 | 0,904461023 | 0,919746 | |
| 0,6 | 0,924642473 | 0,924642473 | 0,939996 | |
| 0,61 | 0,94496746 | 0,94496746 | 0,96039 | |
| 0,62 | 0,965435161 | 0,96543516 | 0,980924 | |
| 0,63 | 0,986044758 | 0,986044758 | 1,0016 | |
| 0,64 | 1,006795441 | 1,006795441 | 1,022416 | |
| 0,65 | 1,027686406 | 1,027686406 | 1,043371 | |
| 0,66 | 1,048716852 | 1,048716852 | 1,064465 | |
| 0,67 | 1,069885987 | 1,069885987 | 1,085696 | |
| 0,68 | 1,091193024 | 1,091193024 | 1,107064 | |
| 0,69 | 1,112637182 | 1,112637182 | 1,128568 | |
| 0,7 | 1,134217687 | 1,134217687 | 1,150208 | |
| 0,71 | 1,155933771 | 1,155933771 | 1,171982 | |
| 0,72 | 1,177784672 | 1,177784672 | 1,19389 | |
| 0,73 | 1,199769635 | 1,199769635 | 1,21593 | |
| 0,74 | 1,221887912 | 1,221887912 | 1,238103 | |
| 0,75 | 1,24413876 | 1,24413876 | 1,260408 | |
| 0,76 | 1,266521445 | 1,266521445 | 1,282843 | |
| 0,77 | 1,289035239 | 1,289035238 | 1,305408 | |
| 0,78 | 1,311679419 | 1,311679419 | 1,328102 | |
| 0,79 | 1,334453272 | 1,334453272 | 1,350925 | |
| 0,8 | 1,357356091 | 1,357356091 | 1,373876 | |
| 0,81 | 1,380387174 | 1,380387174 | 1,396954 | |
| 0,82 | 1,40354583 | 1,40354583 | 1,420158 | |
| 0,83 | 1,426831371 | 1,426831371 | 1,443488 | |
| 0,84 | 1,45024312 | 1,45024312 | 1,466943 | |
| 0,85 | 1,473780405 | 1,473780405 | 1,490522 | |
| 0,86 | 1,497442563 | 1,497442563 | 1,514225 | |
| 0,87 | 1,521228937 | 1,521228937 | 1,538051 | |
| 0,88 | 1,545138879 | 1,545138879 | 1,562 | |
| 0,89 | 1,569171748 | 1,569171747 | 1,58607 | |
| 0,9 | 1,59332691 | 1,593326909 | 1,610261 | |
| 0,91 | 1,61760374 | 1,617603739 | 1,634572 | |
| 0,92 | 1,64200162 | 1,64200162 | 1,659004 | |
| 0,93 | 1,666519941 | 1,666519941 | 1,683554 | |
| 0,94 | 1,6911581 | 1,6911581 | 1,708224 | |
| 0,95 | 1,715915505 | 1,715915505 | 1,733011 | |
| 0,96 | 1,740791568 | 1,740791568 | 1,757916 | |
| 0,97 | 1,765785713 | 1,765785713 | 1,782937 | |
| 0,98 | 1,79089737 | 1,79089737 | 1,808075 | |
| 0,99 | 1,816125979 | 1,816125978 | 1,833328 | |
| 1 | 1,841470985 | 1,841470985 | 0,01 | |

Погрешность при х=1 для ЯМЭ =0,00087, для МРК4=-2,69563E^(-10)